利潤の存在

$P>PA+w\tau$　　$P>PD,\ D:=A+b\tau$

$w=PB$　　$P(I-D)>0$ となる $P>0$ の存在⇔$I-D$ の H.S 条件

$P_+=(P,W)$、　$A_+=\begin{bmatrix} A & b \\ \tau & 0 \end{bmatrix}$　第 n+1 部門が労働力生産部門

利潤の存在

$P_+\geq P_+A_+=(P、w)\begin{bmatrix} A & b \\ \tau & 0 \end{bmatrix}=(\underbrace{PA+w\tau}_{<P},\underbrace{Pb}_{=w})$

⬍ 双対

N は総労働量

$X_+=\begin{bmatrix} x \\ N \end{bmatrix}$ とすると、

剰余生産の存在

$X_+\geq A_+X_+=\begin{bmatrix} A & b \\ \tau & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ N \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} Ax+bN \\ \tau x \end{bmatrix}$

$(I_{n+1}-A_+)X_+\geq 0$ となる $X_+\geq 0$ の存在

$I_{n+1}-A_+=\begin{bmatrix} I-A & -b \\ \tau & 1 \end{bmatrix}$ の H.S. 条件

$1-a_{11}>0$　$\begin{vmatrix} 1-a_{11} & -a_{12} \\ -a_{21} & 1-a_{22} \end{vmatrix}>0,\ \cdots\ |I-A|>0$

I - A の H.S 条件　　$\begin{vmatrix} I-A & -b \\ -\tau & 1 \end{vmatrix}>0$

純生産可能条件。

$\left|\begin{array}{c|c} A_{11} & A_{12} \\ \hline A_{21} & A_{22} \end{array}\right| = |A_{11}|\,|A_{22}-A_{21}A_{11}{}^{-1}A_{12}|$

$\begin{vmatrix} I-A, & -b \\ -\tau, & 1 \end{vmatrix}=|I-A|\,|1-\tau(I-A)^{-1}b|$

$= |I-A|\,|1-\tau(I-A)^{-1}b|$

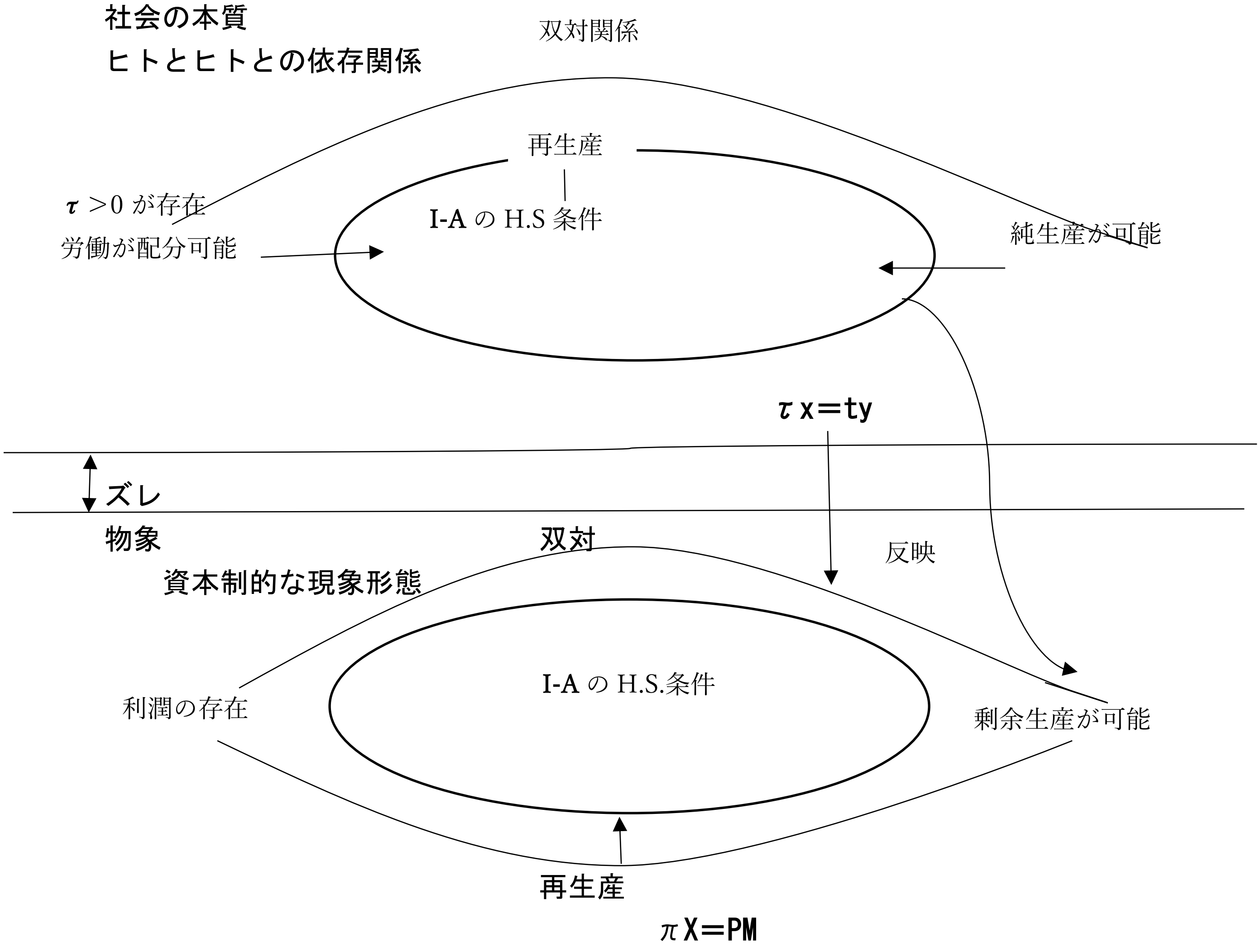
$=|I-A|(1-tb)$

V

0　　　　　　　　　　∴$1-tb>0$　労働の搾取

社会の本質

ヒトとヒトとの依存関係



剰余生産 M

$M=y-bN$

剰余生産物の価格

$PM=PX-PAX-PbN$

$=(P-PA-w\tau)X=\pi X$

他の別解

利潤の存在

P＞PA＋ｗτ　　①

ｗ＝Pb　　　　②

① を②に代入

P＞PA＋Pbτ

＝P（A+bτ）

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} (\tau_1, \ \tau_2, \cdots \tau_n) \qquad \begin{pmatrix} b_1\tau_1 & b_1 t\tau_2 & \cdots b_1\tau_n \\ b_2\tau_1 & b_2\tau_2 \cdots & b_2\tau_n \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ b_n\tau_1 & b_n\tau_2 & b_n\tau_n \end{pmatrix}$$

$$D \equiv A+b\tau \quad \begin{pmatrix} a_{11}+b_1\tau_1 & a_{12}+b_1\tau_2 & \cdots\cdots & a_{1n}+b_1\tau_1 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1}+b_n\tau_1 & a_{n2}+b_n\tau_2 & \cdots\cdots & a_{nn}+b_n\tau_n \end{pmatrix}$$

> $a_{ij}+b_i\tau_j$
> 第 j 財 1 単位生産の為の第 i 財の物的投入量
> プラス
> 第 j 財一単位生産の為の労働力に「投入」される第 j 財の量

剰余生産物の存在

X≥AX+bN　　　　　　（I―D）X≥ 0

＝Ax＋bτx　　　　　X≥0 が存在⇔I-D の H.S 条件

＝（A＋bτ）X　　　　1 番目～n-1 番目略

＝DX　　　　　　　　$|I-D| = |I-A-b\tau|$

$$= |\{I-b\tau(I-A)^{-1}\}(I-A)|$$

$$= |I-A|\,|I-b\tau(I-A)^{-1}|$$

$$= |I-A|(1-tb)>0$$

純生産可能なら＞0　∴1－tb＞0

正の利潤の存在

$P>PA+w\tau$

$W=Pb$

$P_+ \geq P_+A_+$

$A_+ = \begin{pmatrix} A & b \\ \tau & 0 \end{pmatrix}$

$P_+ =(P, W)$

$P_+ = (I_{n+1} - A_+) \geq 0$

こうなる $P_+>0$ が存在　⇔　$I_{n+1}-A_+$ の H. S.

$1-a_{11}>0$ $\begin{vmatrix} 1-a_{11}, & -a_{12} \\ -a_{21}, & 1-a_{22} \end{vmatrix} >0$ ⋯ $|I-A|>0$　$|I_{n+1}-A_+|>0$

I−A の H. S　純生産可能条件

$\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} = |A||D-CA^{-1}B|$

$|I_{n+1}-A_+|$

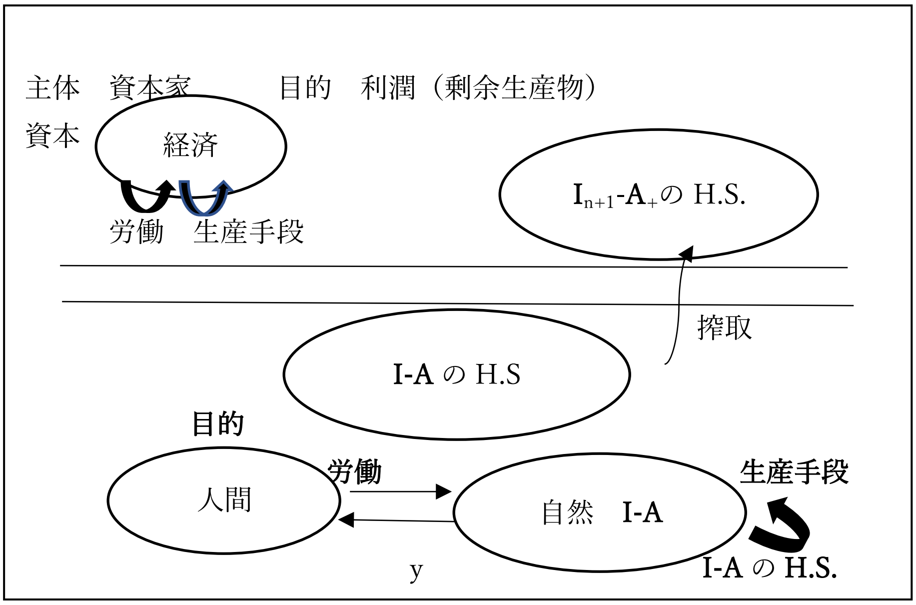
$= \begin{vmatrix} I-A, & -b \\ -\tau & 1 \end{vmatrix}$

$=|I-A|||1-\tau(I-A)^{-1}b|$

$|I-A|(1-tb)>0$

$\vee$

0



$\therefore 1-tb>0$

利潤>0　⇔純生産可能＆労働の搾取（$1-tb$）

一般化された商品搾取定理

Generalized Commodity Exploitation Theorem　（GCET）

村上泰亮

$A_+ = \begin{pmatrix} A & b \\ \tau & 0 \end{pmatrix}$ →番号のつけ方を入れ替える　$\begin{pmatrix} A_{n-1} & b_- & a^n \\ \tau_- & 0 & \tau_n \\ a_n & b_n & a_{nn} \end{pmatrix}$

第ｎ財→第ｎ＋1 財

第ｎ＋1 財→第ｎ財

$\tau_- = (\tau_1, \tau_2 \cdots\cdots, \tau_{n-1})$ $1\times n-1$

$\mathbf{a}_n=(a_{n1}\ a_{n2}\cdots\cdots a_{nn-1})$ 　　　1×n−1

$\mathbf{b}_-=\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_{n-1} \end{pmatrix}$ n−1×1 　　$\mathbf{a}^n=\begin{pmatrix} a_{1n} \\ a_{2n} \\ \vdots \\ a_{n-1n} \end{pmatrix}$ $A\#\equiv\begin{pmatrix} \mathbf{A}_{n-1} & \mathbf{b}_- \\ \tau_- & 0 \end{pmatrix}$

利潤＞0 ⇔ $\mathbf{I}-\mathbf{A}_+$ の H.S. 　　$\mathbf{I}-\mathbf{A}_+=\begin{pmatrix} \mathbf{I}-\mathbf{A}_\# & -\begin{pmatrix} a^n \\ \tau_n \end{pmatrix} \\ -(a_n, b_n) & 1-a_{nn} \end{pmatrix}$

$1-a_{11}>0$	$\begin{vmatrix} 1-a_{11} & -a_{12} \\ -a_{21} & 1-a_{22} \end{vmatrix}$	$>0\ \cdots\cdots\lvert \mathbf{I}_{n+1}-\mathbf{A}_{n+1}\rvert>0\ \ \lvert\mathbf{I}-\mathbf{A}_\#\rvert>0$ $\lvert\mathbf{I}-\mathbf{A}_+\rvert>0$

＊

$|\mathbf{I}-\mathbf{A}_+|=|\mathbf{I}-\mathbf{A}_\#|(1-a_{nn}-(a_n b_n)(\mathbf{I}-\mathbf{A}_\#)^{-1}(q_n{}^n))>0$

もし＊が成立するならば、$1-a_{11}-(a_n b_n)(\mathbf{I}-\mathbf{A}_\#)^{-1}\begin{pmatrix} a^n \\ \tau_n \end{pmatrix}>0$

各財１単位生産するために直接間接に投入される第ｎ財の量
（投下第ｎ財価値）

$\mathbf{V}=(v_1\ v_2\ \cdots\cdots\ v_{n-1}\ v_n)$ v_n は労働の投下第ｎ財価値

$$\mathbf{V}_i=\sum_{j=1}^{n-1}V_j a_{ji}+V_n\tau_i+a_{ni}$$

$$\mathbf{V}_N=\sum_{j=1}^{n=j}V_j b_j+b_n$$

$(v_1\ v_2\ v_3\cdots v_{n-1}\ v_n)$

$=(V_1V_2\cdots\cdots V_{n-1})(\mathbf{A}_{n-1}\ \mathbf{b}_-)+(V_n\tau_-\ 0)+(a_n, b_n)$

$=(V_1, V_2, \cdots\cdots V_{n-1}、V_n)\begin{pmatrix} \mathbf{A}_{n-1} & \mathbf{b}_- \\ \tau & 0 \end{pmatrix}+(\mathbf{a}_n\ b_n)$

$\mathbf{V}=\mathbf{V}\mathbf{A}_\#+(a_n\ b_n)$

$\mathbf{V}(\mathbf{I}-\mathbf{A}_\#)=(\mathbf{a}_n, b_n)\rightarrow$ 　$\mathbf{V}=(\mathbf{a}_n b_n)(\mathbf{I}-\mathbf{A}_\#)^{-1}$

第ｎ財一単位生産する為に必要な投入
第１財～第ｎ－１財
労働τ_n
第ｎ財自身 a_{nn}

$$a^n = \begin{pmatrix} a_{1n} \\ a_{2n} \\ \vdots \\ \vdots \\ a_{n-1n} \end{pmatrix}$$

これを生産するのに直接間接に必要な第ｎ財

$$= V \begin{pmatrix} a^n \\ \tau_n \end{pmatrix} + a_{nn} < 1$$

第ｎ財が搾取される！？

正の利潤⇔$I_{n+1} - A_+$の H. S 条件

$$\Leftrightarrow \boxed{1 - a_n > 0 \quad \begin{vmatrix} 1-a_{11} & -a_{12} \\ -a_{21} & 1-a_{22} \end{vmatrix} > 0 \quad \cdots\cdots \quad |I_{n-1} - A_{n-1}| > 0, \quad |I - A_\#| > 0}$$

$I - A_\#$の H. S. 条件

&第ｎ財の搾取

利潤の存在

$I_{n+1} - A_+$の H. S. ⇔ （ $I - A_\#$の H. S. & 第ｎ財の搾取 ）

⇕

$I - A$ の H. S. & 労働の搾取

$$A_\# \equiv \begin{bmatrix} A_{n-1} & b_- \\ \tau_- & 0 \end{bmatrix}$$

$$\tau_- = (\tau_1, \tau_2, \cdots\cdots \tau_{n-1})$$

$$b_- = (b_1, b_2, \cdots\cdots b_{n-1})$$

$I - A_\#$の H. S. 条件とは？

$$X_\# = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ X_{n-1} \\ N \end{pmatrix} \quad Y_\# = \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ Y_{n-1} \\ Y_N \end{pmatrix}$$

for $^\forall Y \geq 0$

$$(I-A_\#)X_\#=Y_\#$$

となる $X \geq 0$ が存在する。

$$\begin{bmatrix} I_{n-1} & -A_{n-1} & -b_- \\ -\tau & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_- \\ N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_-^\# \\ Y_n \end{bmatrix}$$

$$-\tau_- X_- + N = Y_N$$

$Y_n = N-(\tau_1X_1+\tau_2X_2+\cdots\cdots\tau_{n-1}X_{n-1})$

$=\tau_nX_n$

第 n 財のための直接投入労働

$(I_{n-1}-A_{n-1})X_-$

第１財から第 n-1 財までの純生産

普通の場合

$$\begin{bmatrix} I_{n-1}-A_{n+1} & -a^n \\ -a_n & 1-a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_- \\ X_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_- \\ Y_n \end{bmatrix}$$

$$(I_{n-1} - A_{n-1})X_- - a^nX_n = Y_-$$

$$Y^\#_- - Y_- = a^nX_n - b_-N$$

第１財から第 n-1 財までの労働者の消費

$b_1N + b_2N + \cdots\cdots b_{n-1}N$

普通の純生産には入っていない。

第 n 財を X_n 生産するための第１～第 n-1 財までの投入量

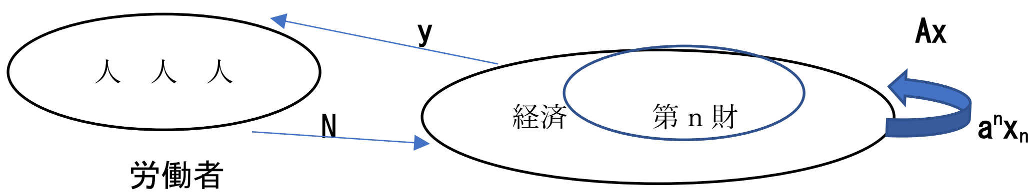
普通の純生産には入っているのに入っていない。

第１財から第 n-1 財までの労働者の受け取り。

$(1-a_{nn})X_n-a_2X_2=Y_n$

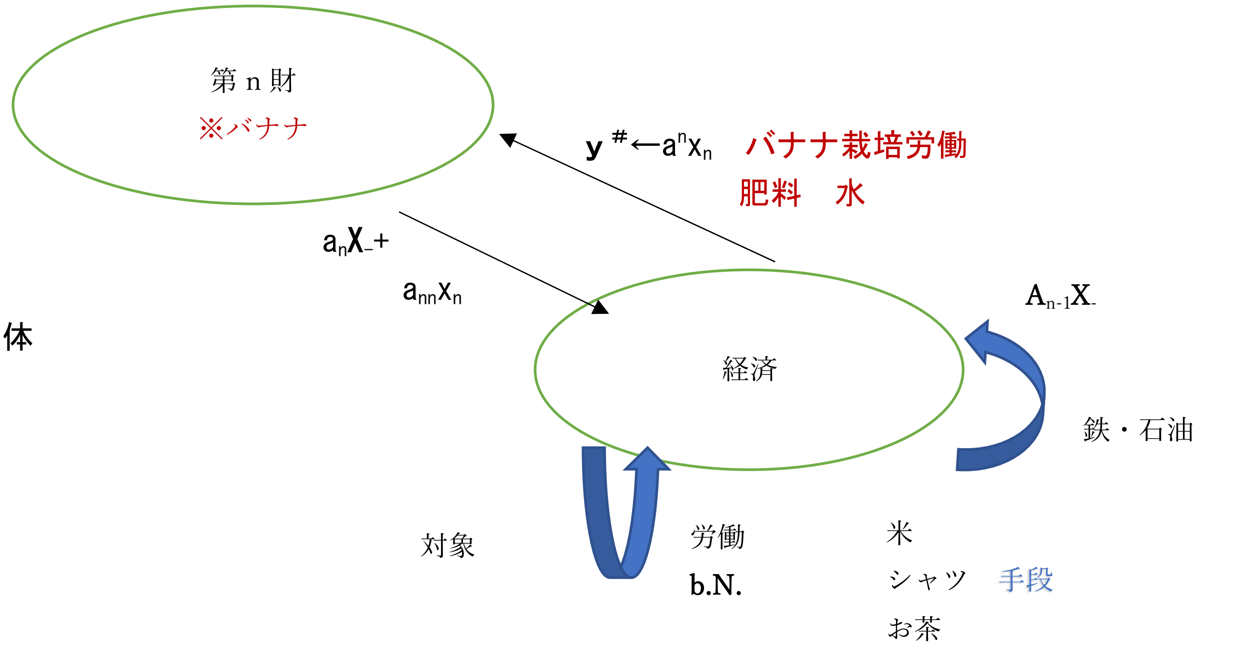
第 n 財の純生産　$Y^\#_-$には含まれていない！

普通のケース



GCET のケース

目的



主体

生産の主体が人間

利潤＞0

第ｎ財の立場に立つ

第ｎ財にとっての純生産可能

第ｎ財の搾取＆第ｎ財への投入が生産可能

通常の純生産概念に立つなら労働の搾取以外あり得ない

（直接間接の）

・投下水価値

（仮想水）

・投下原油価値

・投下電力価値

・CO_2　直接間接排出

・直接間接輸入・外国労働

・投下土地価値（領主階級の立場なら）