応用経済研究講義ノート

第 12 回（2017.7.5）

単一体系派

　現実の純生産を相似縮小する

$\frac{y}{ty} = \frac{y}{N}$　　$\frac{y}{N}$を貨幣（ニュメレール）とする。　$p\frac{y}{N} = 1$

総計一致二命題

① 純生産物の総価値＝総価格

$ty = Py$

② 総利潤＝総剰余価値

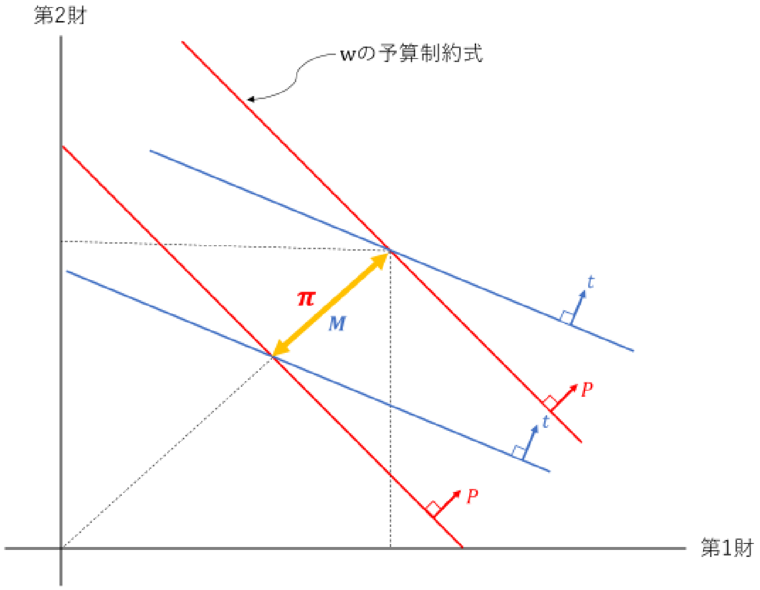
総利潤　　→ $Py - wN$

総剰余価値→ 付加価値（総投入労働）

労働の総価値：貨幣賃金を$\frac{y}{N}$を使って評価したもの　$w \Big/ \frac{Py}{N} = \frac{wN}{Py}$

第 1 命題が成り立つなら、第 2 命題は成立する。

$$\left.\begin{array}{r}\text{総利潤} = N - wN \\ \text{総剰余価値} = N - wN\end{array}\right\}\text{同じ}$$



→価値と価格に限らず、いかなる二つの評価体系の間でも成立する。

『資本論』第 3 巻　生産価格

・実質賃金率↑ ⇒　r↓

・$\frac{P_j}{P_i}$ >=< $\frac{t_i}{t_j}$　⇔　R_i >=< R_j　　R: 有機的構成

・実質賃金率↑ ⇒　R_i > R_j ： $\frac{P_i}{P_j}$↓

生産手段が 2 種以上あるとき、一般的には成り立たない

〈定理〉

行列$A \geq 0$，$B \geq 0$

Aのフロベニウス根λ_A

Bのフロベニウス根λ_B

⇓

$A \geq B \Rightarrow \lambda_A \geqq \lambda_B$

$A > B \Rightarrow \lambda_A > \lambda_B$

AとBが分解不能ならば、

$A \geq B \Rightarrow \lambda_A > \lambda_B$

$P = (1 + \mathrm{r})PD$

$\frac{1}{1+\mathrm{r}}P = PD$　　$\frac{1}{1+\mathrm{r}}$はDのフロベニウス根

$D = A + b\tau$

$\tau > 0$なら、

$$b\tau \begin{pmatrix} b_1\tau_1 & b_1\tau_2 & \cdots & b_1\tau_n \\ b_2\tau_1 & b_2\tau_2 & \cdots & b_2\tau_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_n\tau_1 & b_n\tau_2 & \cdots & b_n\tau_n \end{pmatrix}$$

$b' \geq b$

$\rightarrow D = A + b'\tau \geq A + b\tau$

$\frac{1}{1+\mathrm{r}}P' = P'D$

$\frac{1}{1+\mathrm{r}'} \geqq \frac{1}{1+\mathrm{r}}$

$\therefore \mathrm{r}' \leqq \mathrm{r}$

・Dが分解不能の場合

$r' \leqq r$

・Dが分解可能な場合

基礎部門：分解不能

$$D = \begin{pmatrix} D_{I\,I} & D_{I\,II} \\ 0 & D_{II\,II} \end{pmatrix}$$

$$P = (P_I, P_{II})$$

$$(P_I, P_{II}) \begin{pmatrix} D_{I\,I} & D_{I\,II} \\ 0 & D_{II\,II} \end{pmatrix} = (P_I D_{I\,I},\ P_I D_{I\,II} + P_{II} D_{II\,II})$$

$$\frac{1}{1+\mathrm{r}}(P_I, P_{II}) = PD$$
$$\frac{1}{1+\mathrm{r}}\left(P_I, P_{II}\right) = \left(P_I D_{I\,I},\ P_I D_{I\,II} + P_{II} D_{II\,II}\right)$$

$$\begin{cases} \frac{1}{1+\mathrm{r}} P_I = P_I D_{I\,I} \\ \frac{1}{1+\mathrm{r}} P_{II} = P_I D_{I\,II} + P_{II} D_{II\,II} \end{cases}$$

$$P_{II}\left(\frac{1}{1+r} II - D_{II\,II}\right) = P_I D_{I\,II}$$

$$P_{II} = P_I D_{I\,II}\left(\frac{1}{1+\mathrm{r}} I - D_{I\,II}\right)\mathrm{y}$$

基礎部門

$\mathrm{r}P_I$

非基礎部門

P_{II}

$\tau > 0$ であるとき、

$$b\tau = \begin{pmatrix} b_1\tau_1 & b_1\tau_2 & \cdots & b_1\tau_n \\ b_2\tau_1 & b_2\tau_2 & \cdots & b_2\tau_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_i\tau_1 & b_i\tau_2 & \cdots & b_i\tau_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_n\tau_1 & b_n\tau_2 & \cdots & b_n\tau_n \end{pmatrix}$$

$b_i \uparrow \Rightarrow b_i\tau_1 \uparrow,\ b_i\tau_2 \uparrow,\ \cdots\ b_i\tau_3 \uparrow$

$\Rightarrow D_{I\,I}$の要素のどれか 1 つ必ず↑

∴フロベニウス根$\frac{1}{1+\mathrm{r}}\uparrow$

∴r↓

第 13 回（2017.7.12）

利潤率の上限

$b=0$, $b\tau=0$

$\therefore D=A$

$\frac{1}{1+\mathrm{r}_{\max}}\bar{P}=\bar{P}A$ $\frac{1}{1+\mathrm{r}_{\max}}$：$A$のフロベニウス根

$\bar{P}=(1+\mathrm{r}_{\max})\bar{P}\bar{A}$

$\bar{P}(I-A)=\mathrm{r}_{\max}\bar{P}A$

$(\bar{P}(I-A)_1\ ,\bar{P}(I-A)_2\ ,\bar{P}(I-A)_3\ \cdots\cdots\bar{P}(I-A)_n$ $I-A$：各部門の付加価値)

$=\mathrm{r}_{\max}(\bar{P}a^1\ ,\bar{P}a^2\ \cdots\ ,\bar{P}a^n)$ $\bar{P}a$：各部門の生産手段の投入額

$\underbrace{\frac{\text{付加価値}}{\text{生産手段の投入額}}}_{\text{資本係数の逆数}}＝r_{max}$ 均等

利潤率の下限 $r=0$ $\frac{1}{1+r}=1$

このときのP＝Ｐとすると、

$\mathrm{P}=\mathrm{P}D$

$=\mathrm{P}(A+b\tau)$

$\mathrm{P}(I-A-b\tau)=0$

Ｐがトリビアルでない解をもつなら、

$|I-A-b\tau|=0$

$=|(I-A)\{I-b\tau(I-A)^{-1}\}|$

$=|I-b\tau||I-A|$

$=(1-b\tau)|I-A|$

$1-\mathrm{tb}=0$

この時、

$t = tA + \tau$

$\;= tA + tb\tau$

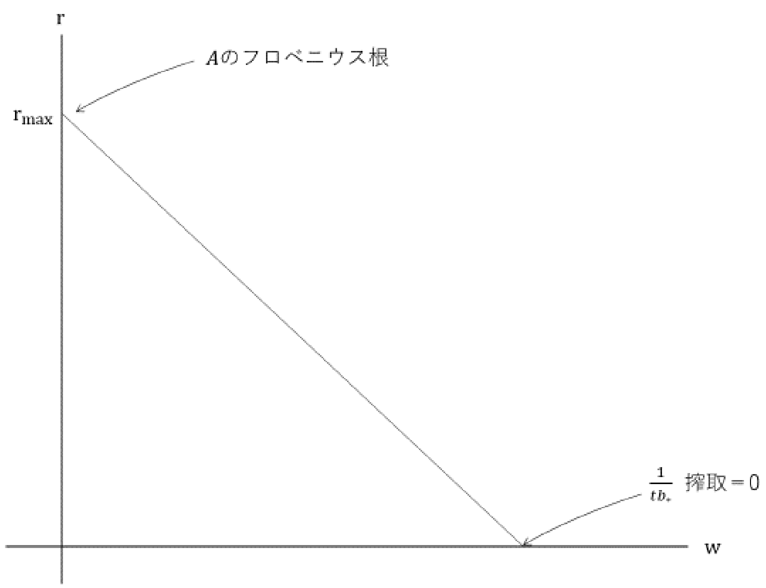
$\;= t(A + tb)$

$\;= tD$

$\therefore P = \alpha t$

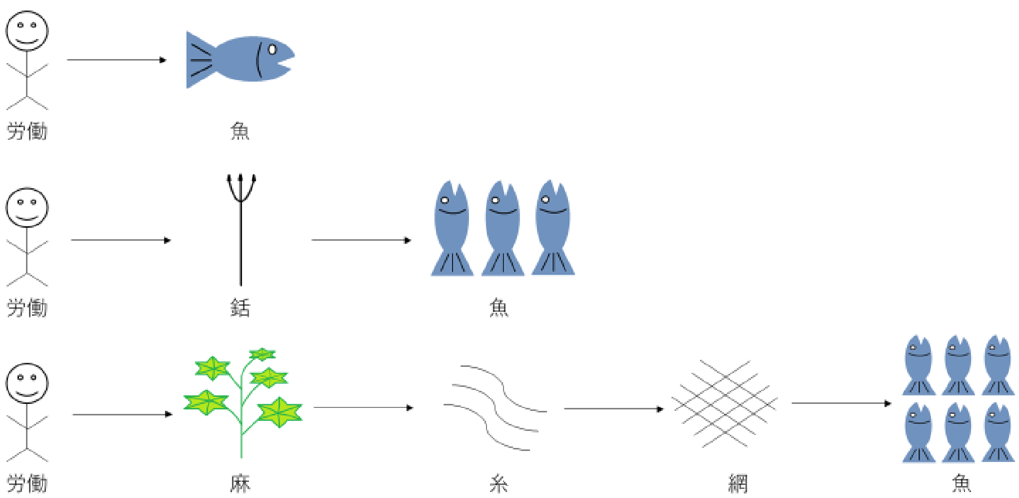
このときの生産価格はtに比例する

$b = wb_*$とすると、



ベーム・バベルクの迂回生産論

例：魚を捕る場合



迂回度：平均生産期間

3 期間

1 期目

1 万円

労働　→　生産手段

2 期目

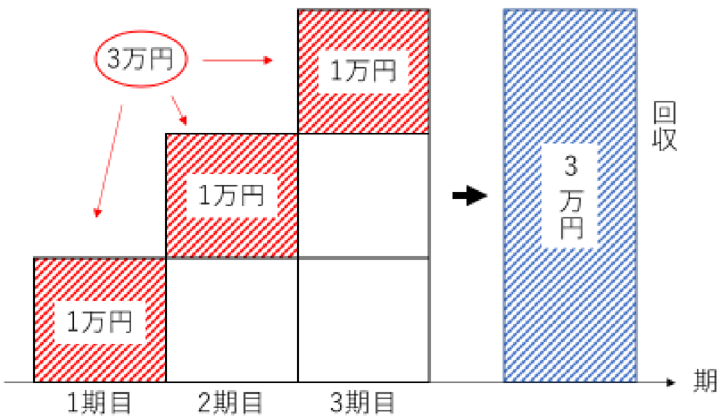
1 万円

労働　→　生産手段′

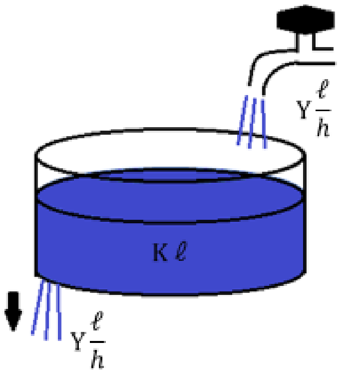
3 期目

1 万円

労働　→　最終生産物



これは、水の平均滞留時間を考えることに似ている。

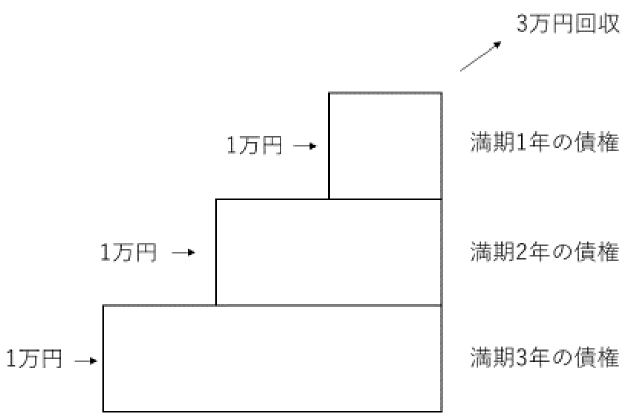


このとき、水の平均滞留時間は$\frac{K}{Y}$

同様にして、3 期間の場合を考えると、

$K=6,\ Y=3$　であり、平均生産期間は　$\vartheta=\frac{K}{Y}=2$ 期

また、満期が異なる債権の単利近似からも導き出せる。



$(1+\mathrm{r})1$ 万円＋$(1+\mathrm{r})^2 1$ 万円＋$(1+\mathrm{r})^3 1$ 万円＝$3(1+\mathrm{r})^n 1$ 万円

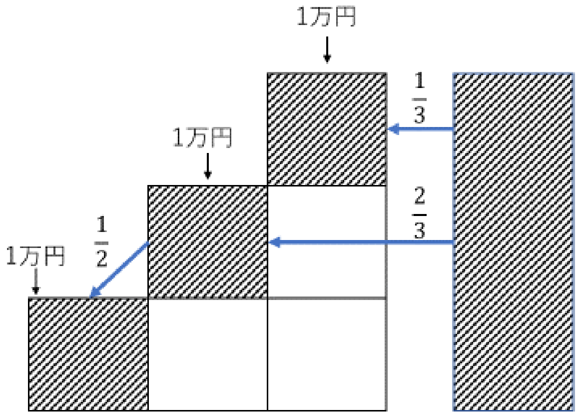
↓単利近似

$(1+\mathrm{r})1$ 万円＋$(1+2\mathrm{r})1$ 万円＋$(1+3\mathrm{r})1$ 万円＝$3(1+n\mathrm{r})1$ 万円

$3+6\mathrm{r}=3+3\mathrm{r}$

$n=2$

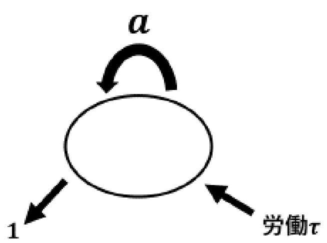
第 14 回（2017.7.19）



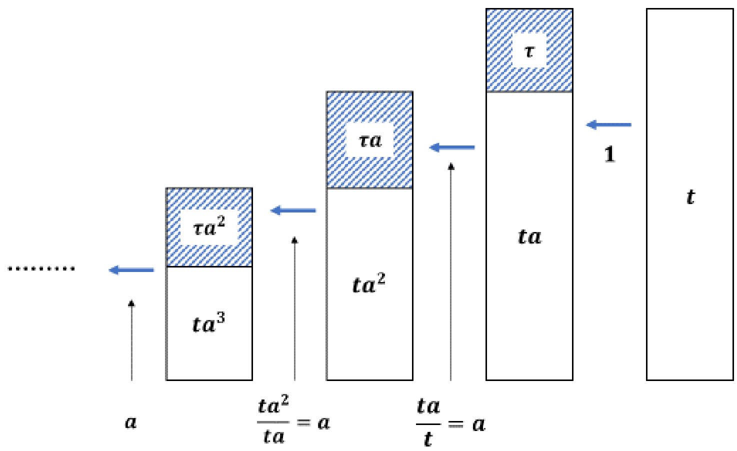
最終生産物に体化された労働中、さかのぼることができる期間の期待値

$$1+\frac{2}{3}+\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=1+\frac{2}{3}+\frac{1}{3}=2$$

無限期間でも、、、



$$t=ta+\tau$$



$1 + a + a^2 + a^3 + a^4 + a^5 \cdots\cdots = \frac{1}{1-a}$ ―― 平均生産期間（無限の場合）

i財　$\leftarrow$　j財

$t_i a_{ij}$　$\uparrow$　t_j

$$\frac{t_i a_{ij}}{t_j}$$

$$Q = \begin{pmatrix} a_{11} & \frac{t_1 a_{12}}{t_2} & \frac{t_1 a_{13}}{t_3} & \cdots & \frac{t_1 a_{1n}}{t_n} \\ \frac{t_2 a_{21}}{t_1} & a_{22} & \frac{t_2 a_{23}}{t_3} & \cdots & \frac{t_2 a_{2n}}{t_n} \\ \frac{t_3 a_{31}}{t_1} & \frac{t_3 a_{32}}{t_2} & a_{33} & \cdots & \frac{t_3 a_{3n}}{t_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{t_n a_{n1}}{t_1} & \frac{t_n a_{n2}}{t_2} & \frac{t_n a_{n3}}{t_3} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

とすると、平均生産期間は以下のように表せる。

$e(I + Q + Q^2 + Q^3 + Q^4 + \cdots\cdots) = \vartheta$　　ϑ：平均生産期間　　$e = (1,1,1,\cdots 1)$

$T = \begin{pmatrix} t_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & t_n \end{pmatrix}$ とすると、$Q = TAT^{-1}$

$Q = e(I + TAT^{-1} + TA^{-1}T^{-1}TAT^{-1} + TA^3T^{-1} + TA^4T^{-1} + \cdots\cdots)$

$\hookrightarrow TA^2T^{-1}$へ書き換えることができる

$= e(TAT^{-1} + TA^2T^{-1} + TA^3T^{-1} + TA^4T^{-1} + \cdots\cdots)$

ここで$e = tT^{-1}$　　$(\because tT^{-1} = (t_1, t_2 \cdots) \begin{pmatrix} 1/t_1 & & & 0 \\ & 1/t_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & 1/t_n \end{pmatrix}$

$= t(I + A + A^2 + \cdots)T^{-1}$

$= t(I - A^{-1})T^{-1}$

$= t(I - A)^{-2}T^{-1}$　　・・・(＊)

$P = (1+\mathrm{r})(PA+\tau)$　　　　（生産価格）

$P = (1+\mathrm{r})^{\Theta_*}t$

目指すべき平均生産期間は、

$P_i = (1+\mathrm{r})^{\vartheta_i^*}t_i$　　　　$i = 1,2,\cdots n$

↓単利近似

$P_i = (1+\vartheta_i \mathrm{r})t_i$

$$\frac{P_i}{P_j} = \frac{1+\vartheta_i \mathrm{r}}{1+\vartheta_j \mathrm{r}} \cdot \frac{t_i}{t_j}$$

よって、

$$\frac{P_i}{P_j} >=< \frac{t_i}{t_j} \quad \Leftrightarrow \quad \vartheta_i >=< \vartheta_j$$

経済全体の平均「平均生産期間」

$$\sum_{i=1}^{n} \vartheta_i$$

ウエイト

$$\bar{\vartheta} = \sum_{i=1}^{n} \vartheta_i \frac{t_i \mathrm{y}_i}{\tau \mathrm{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \vartheta_i t_i + \mathrm{y}_i}{\tau \mathrm{x}}$$

$$= \frac{\vartheta T \mathrm{y}}{\tau \mathrm{x}} = \frac{t(I-A)^{-1}T^{-1}T\mathrm{y}}{\tau \mathrm{x}} \qquad (\because (*))$$

$$= \frac{t(I-A)^{-1}\mathrm{y}}{\tau \mathrm{x}} = \frac{t\mathrm{y}}{\tau \mathrm{x}} = \frac{(tA+\tau)\mathrm{x}}{\tau \mathrm{x}}$$

$$= \frac{tA}{\tau \mathrm{x}} + 1$$

生産の有機的構成

$\mu \bar{P} = \bar{P} A$　　　　μ：Aのフロベニウスベクトル

$\vartheta^{\mu} = \bar{P}(I-A)^{-1}\overline{P}^{-1}$と定義する。

$$\bar{\vartheta}^{\mu} = \frac{\vartheta^{\mu}\overline{P}\mathrm{y}}{\bar{P}\mathrm{y}} = \frac{\bar{P}(I-A)\overline{P}^{-1}P\mathrm{y}}{\bar{P}\mathrm{y}} = \frac{\bar{P}(I-A)^{-1}\mathrm{y}}{\bar{P}\mathrm{y}}$$

$$= \frac{\bar{P}\mathrm{x}}{\bar{P}(I-A)\mathrm{x}} = \frac{\bar{P}\mathrm{x}}{\bar{P}\mathrm{x}-\bar{P}\mathrm{Ax}} = \frac{\bar{P}\mathrm{x}}{\bar{P}\mathrm{x}-\mu\bar{P}\mathrm{x}} = \frac{1}{1-\mu}$$

ここで、$\mu = \frac{1}{1+\mathrm{r}_{\max}}$

$$\bar{\vartheta}^{\mu} = \frac{1}{1+\frac{1}{1+\mathrm{r}_{\max}}} = \frac{1+\mathrm{r}_{\max}}{\mathrm{r}_{\max}} = \frac{1}{\mathrm{r}_{\max}} + 1$$

$\frac{C}{N}$は有機的構成であった

逆数

$$\mathrm{r} = \frac{M}{C+V} < \underbrace{\frac{N}{C}}_{= \mathrm{r}_{\max}}$$

置塩定理

既存価格で費用低下的技術を採用

→新技術の下で成立する生産価格のもとで r ↑

拡大投入係数行列

旧…　D　　新…D^*　　　それぞれ分解不能

旧価格

$\lambda P = PD$

$PD \geq PD^*$

新価格

$\lambda^* P^* = P^* D^* \quad \overset{\text{双対}}{\Longleftrightarrow} \quad \lambda^* \mathrm{x}^* = D^* \mathrm{x}^*$

$PD\mathrm{x}^* \geq PD^*\mathrm{x}^*$

$PD = \lambda P$、$P^*\mathrm{x}^* = \lambda^*\mathrm{x}^*$であるから、

$\lambda P\mathrm{x}^* \geq \lambda^* P\mathrm{x}^*$

$\lambda \geq \lambda^*$

$\lambda = \frac{1}{1+\mathrm{r}}$なので、r↑