成長論モデルの基本構造

恒常成長への収束性と市場調整の安定性が別問題であることについて

松尾　匡*

目次

* 立命館大学経済学部　matsuo-t@ec.ritsumei.ac.jp

成長論モデルの動学的振る舞いが恒常成長経路に収束するかどうかという問題と、市場調整が均衡に向けて収束するかどうかという問題とは別の次元の問題であることを説明する。

あわせて、この二つの問題ともに、価格が硬直的か伸縮的か、生産関数が各生産要素について限界生産力が逓減するものかどうかといったこととは、無関係であることを示す。

はじめに

成長論モデルの動学的振る舞いが恒常成長経路に収束するかどうかという問題と、市場調整が均衡に向けて収束するかどうかという問題とが別の次元になっていることは、ほとんどの経済動学モデルに共通する構造である。

すなわち、モデルの構造は、各時点各時点で成り立っている連立方程式と、時点を超えた運動を表す、微分方程式なり差分方程式なりの運動方程式からなっている。そして、各時点で成立している連立方程式の中に、各市場の均衡式が入っている。(各時点で成立している式には、他に、各経済主体の最適化行動を示す式や、技術的条件を示す式などがあるが、それらは結局、市場均衡式の中に集約できる。)

この市場均衡式の連立方程式からは、運動方程式によって与えられる変数(動学変数)を所与として、均衡の諸価格(あるいはそれと裏腹の関係にある変数)が内生変数として出る。

そして、毎時点毎時点出てくるそれらの変数を受けて、運動方程式に従って、動学変数が運動する。

したがって、この運動方程式の示す運動が何らかの意味での定常値に収束するかしないかということは、市場均衡式の成立に向けて安定的な調整がなされるかどうかということとは関係がない。その調整は毎時点毎時点、すでになされたことがあらかじめ前提された上で、その時点を超えた運動が議論されているのである。

この運動方程式の示す運動が、何らかの意味での定常解から離れていく発散的なものだったとしても、それは、市場均衡が不安定であることを全く意味しない。市場均衡は毎時点常に成り立ち続けながら、なおかつ動学的振る舞いが不安定になっているだけである。

逆に、この運動方程式の示す運動が、何らかの意味での定常解に収束するも

のだったとしても、各時点各時点の市場均衡式の成立は、ただあらかじめ前提されていただけで、その安定性が無条件に保証されているわけではない。各時点各時点をいわば「輪切り」にして、その中で一段階スケールを短くとった時間構造を改めて設定して、その短いタイムスパンの中での市場調整の運動を別途検討しなければならないのである。

すなわち、さきに成立を前提していた市場均衡式が、仮に成り立たない場合に、市場の不均衡を受けて諸価格が変動し、それを受けて各経済主体が最適に行動して、市場の需給を変化させ、それがまた諸価格を動かす様子を運動方程式として記述しなければならない。

この運動が安定的ならば、その調整にかかる時間が非常に短くて無視できると想定して、もともとのモデル体系が成り立つわけである。しかし、この運動が不安定ならば、せっかく、もとの長いタイムスパンでは定常解に向かう安定な運動をもたらすモデルだったとしても、毎時点毎時点市場均衡式を等式で立てる根拠が失われることになる。

これは、現代的な、完全予見なり合理的期待なりを前提した動学的一般均衡モデルでも同じである。

例えば、ある証券が来期 200 円であることが完全予見されていたとしよう。その予見のもとでの今期のその均衡価格が 100 円だったとする。今期、何らかの理由でたまたまこの均衡からはずれて価格が 120 円になったならば、将来 200 円の予見のもとではもうけが少なく、需要が減って価格が下がるだろう。逆は逆。こうして、今期の価格は 100 円に収束する。これが価格調整の次元の安定性の話である。こうして収束した後の価格どうしが、今期 100 円、来期 200 円と運動していって、さて、それが収束するかどうかという話は、毎期毎期の市場調整の安定性の問題とは関係がない。ファンダメンタルからはずれて「バブル」が進行し、経済に非効率をもたらすかもしれないが、市場調整自体は毎期完璧に実現されているわけである。

いわゆる RBC モデルなどで、今期何らかのショックを与えて、その動学的影響を検討したりするが、その場合もショックによって決まった今期の諸変数は、事後の市場均衡で決まる変数である。実はこの今期の中に細かい時間の刻みのタイムスケールがあって、ショック後の新均衡に向けた諸変数の収束が検討されなければならないのだが、それがなされたものとみなして省略しているのである。ショック後、今期、次期と変数が運動して、たいていの場合、もとの定

常値に収束していくのは、それぞれ、各期各期の中での市場調整のすんだ均衡値どうしの運動であって、その長いタイムスケールの運動自体が、市場均衡が安定かどうかを表しているわけではない。

それゆえ、次のような四つのケースを場合分けすることができる。

	動学的振る舞いが定常値に収束する。	動学的振る舞いが定常値に収束しない。
全ての市場の均衡が実現する。	I	II
少なくとも一つの市場(労働市場)の均衡は実現しない。	III	IV

以下、上記の各欄の番号の節で、それぞれのモデルを検討する。

I　市場調整が実現して動学的に定常値に収束するケース

まずベンチマークとして、全ての市場の均衡が実現し、動学的振る舞いが定常値に収束するモデルを検討する。ベンチマークとしてふさわしい、最も単純なソローモデルを検討するが、現代的な RBC モデルはじめ、ほとんどの新古典派成長モデルは基本的にこの点で同じ構造である。

以下、本稿全体を通じて、産出を Y、労働需要を N、資本を K、労働供給を L、貯蓄率を s、労働人口成長率を ν(ニュー)と表す。投資は I で、資本減耗は捨象する。すなわち、$\dot{K} = I$ である。生産関数は、

$$Y = F(N, K), \quad F_N > 0, F_K > 0, F_{NN} < 0, F_{KK} < 0.$$

とし、当面一次同次とする。すなわち、$Y = F(N/K, 1)K$ となる。この両辺を K で割り、

$$y = y(n), \qquad y'(n) > 0, y''(n) < 0.$$

と表記する。ただし、$y := Y/K, n := N/K, y(n) := F(N/K, 1)$である。

財市場均衡式は、$sY = I$ であるが、以下では両辺を K で割って、

$$sy = g$$

と表記する。ただし、$g := I/K = \dot{K}/K$ で、これは資本の成長率である。

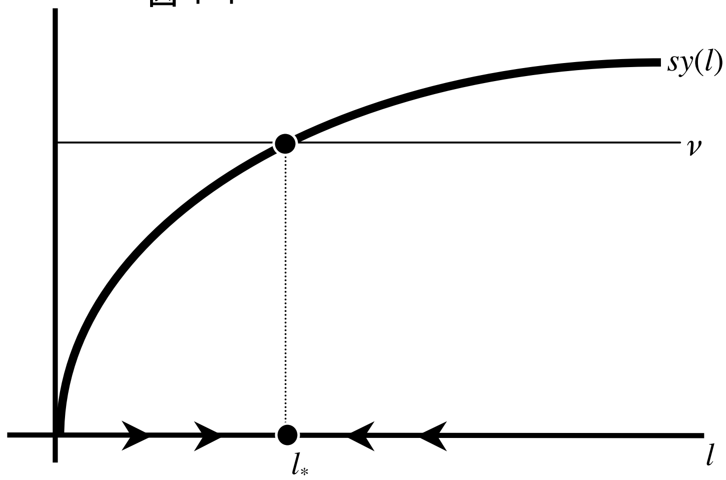
労働市場は、$N = L$ であるが、これも両辺を K で割って、$n = l$ と表記する。ただし、$l := L/K$ である。$\dot{L} = \nu L$ であるから、

$$\dot{l} / l = \dot{L} / L - \dot{K} / \mathrm{K} = \nu - \mathrm{g}$$

となる。

　そうすると、ソローモデルは次のように表される。

図 1-1



財市場均衡式：　$sy(n) = g$

労働市場均衡式：$n = l$

運動方程式：　　$\dot{l} = (\nu - g)l$

　これは次の運動方程式に集約される。

$$\dot{l} = (\nu - sy(l))l$$

$y(l)$のグラフは、通常の上に丸い右上がりのグラフになるので、それに一定値をかけただけの$sy(n)$も同様の形状になる。これが ν よりも低いところでは l は増え、ν よりも高いところでは l は減るので、図 1-1 に示すように、l はその定常値 l_*に収束する。

　これは連続時間のモデルであるが、話がわかりやすいようにするには、離散時間で考えたほうがいい。すると、モデルは次のようになる。

財市場均衡式：　$sy(n_t) = g_t$

労働市場均衡式：$n_t = l_t$

運動方程式：　　$l_{t+1} = \dfrac{1+\nu}{1+g_t} l_t$

　これは次の運動方程式に集約される。

$$l_{t+1} = \frac{1+\nu}{1+sy(l_t)}\ l_t \qquad (1\text{-}1)$$

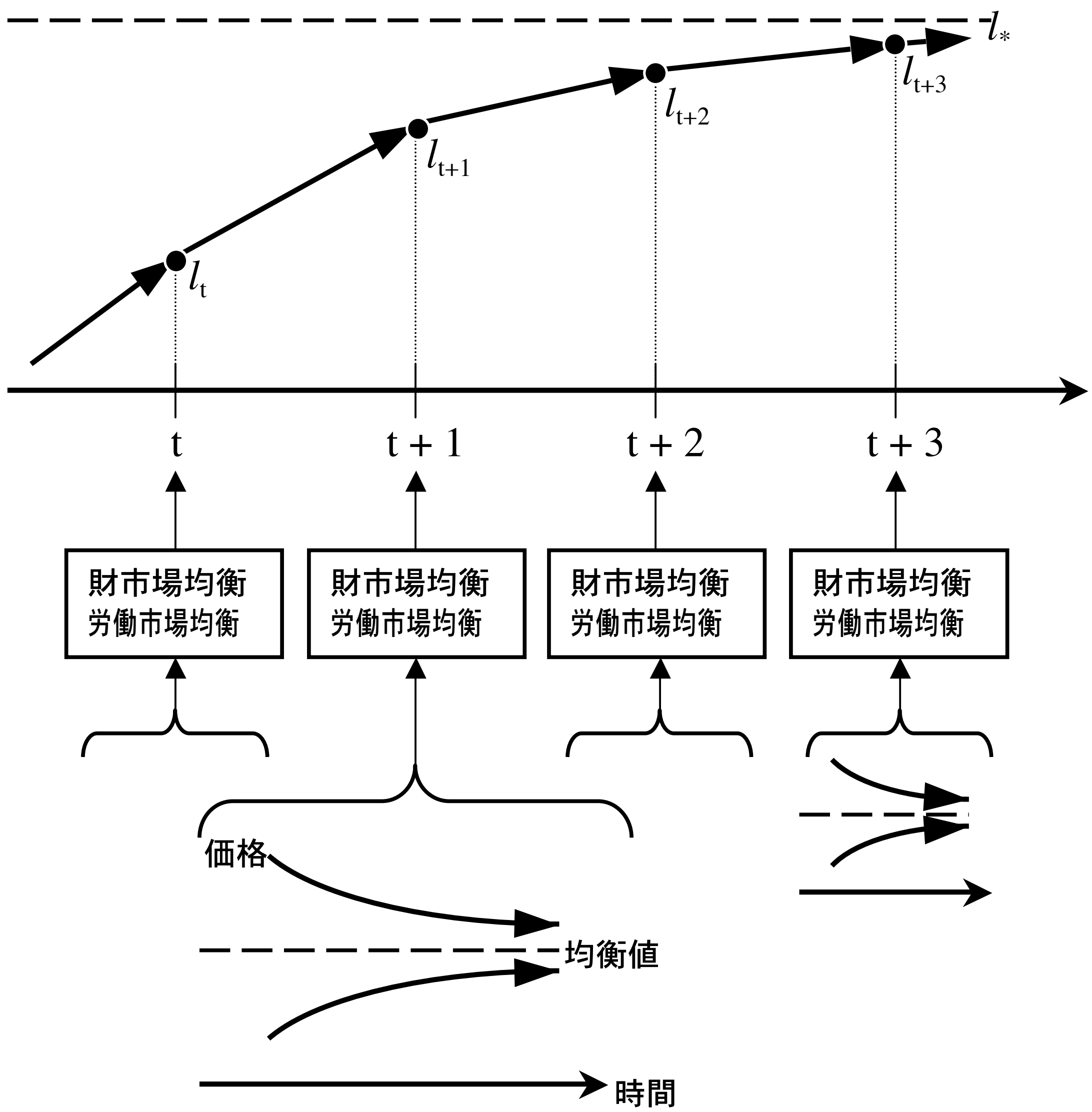
この運動は微分方程式の場合と違って、$y'(l_*)$が非常に大きかった場合、定常解の近傍では振動発散する可能性があるのだが、ここではとりあえず収束するものとしておく。

　すると、この式にしたがって、l は l_t、l_{t+1}、l_{t+2}…と t が 1 進むごとに運動していくのであるが、この t 期、t+1 期、t+2 期…のそれぞれの中で、上記財市場均衡式と労働市場均衡式の両方が成立している前提になっていることがわかる。

　だから、財と労働の市場が不均衡になったときに均衡に向かうかどうかということは、上記モデルの運動からわかるものではなく、t 期内、t+1 期内、t+2 期

内…で、改めてもっと刻みの細かい時間構造を設定し、その中で、財市場や労働市場が不均衡な状態から均衡が成立するまで自動的に移行するかどうかを検討しなければならないのである(図 1-2)。

図 1-2



ではそれを検討してみよう。まず、このモデルの背後の企業の最適化行動であるが、生産関数が一次同次なので、「利潤最大化」問題には解がない。そこで通常の新古典派の解釈では、生産量を一定とした費用最小化問題を解く場合が多い。すなわち、

$$\min c = wN + rK, \quad \text{s.t. } Y = F(N, K).$$

ただし、w は賃金率、r はレンタル料である。財の価格は 1 としている。これを

解くと、

$$w/r = y'(n) \,/\, (y(n) - y'(n)n)$$

となる。

筆者の流儀は、利潤率の最大化問題を解くものである。利潤率は結果として上記レンタル料と同じになるので、これを r とすると、

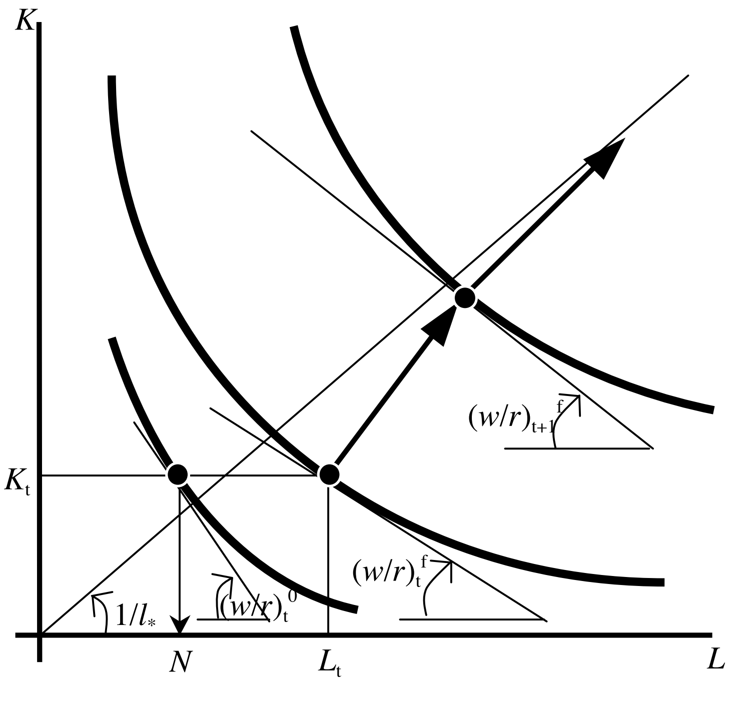
$$\max\ r = y(n) - wn.$$

これを解くと、$y'(n) = w$ となり、w/r は上記の式と同じになる。

さて、実は財市場の調整については、立ち入って検討すべき問題があるが、後の節で検討することとして、ここでは均衡が実現されるものとしておく。そして労働市場の均衡の安定性に議論を集中することにする。

K の利用の仕方についてもいろいろな解釈があるが、ここでは、前期から、$K_t = K_{t-1} + I_{t-1}$ にしたがって決まったものを、すべて利用するものとする。すると、t 期に、ある要素価格比 $(w/r)_t^0$ が、完全雇用のもの $(w/r)_t^f$ よりも高かったなら、図 1-3 のように、労働需要量 N は労働供給量 L より少なくなって失業が生じる。すると、賃金率が下がることで、w/r は $(w/r)_t^f$ に向かい、完全雇用が実現される。

図 1-3



モデルの運動方程式(1-1)にしたがって運動が続けば、やがて w/r はその定常値 $(w/r)_*$ に収束していくが、このことと市場均衡への収束とは別のことである。

II　市場調整が実現して動学的に定常値に収束しないケース

I 節の最も単純なソローモデルの生産関数を収穫逓増的なものに変えたら、動

学的振る舞いは発散的になる。すなわち、l は低下し続け、w/r は上昇し続ける。このことをもって、このケースでは市場均衡が成り立たないように誤解する人もいるかもしれないが、そのようなことはない。市場調整はI節のモデルと全く変わりなく働くことを示そう。

　モデルの時間構造については以上の説明で十分理解されたものと思うので、数学的扱いが容易なように、連続時間モデルに戻すことにする。

　生産関数としては、収穫逓増的なコブ・ダグラス型を仮定しよう。すなわち、

$$
\begin{aligned}
Y &= AN^{\alpha}K^{\beta}, \qquad \alpha + \beta > 1 \\
&= An^{\alpha}K^{\alpha+\beta}.
\end{aligned}
$$

　このとき、I節のソローモデルは次のように変わる。

財市場均衡式：　$sAn^{\alpha}K^{\alpha+\beta} = I$

労働市場均衡式：$n = l$

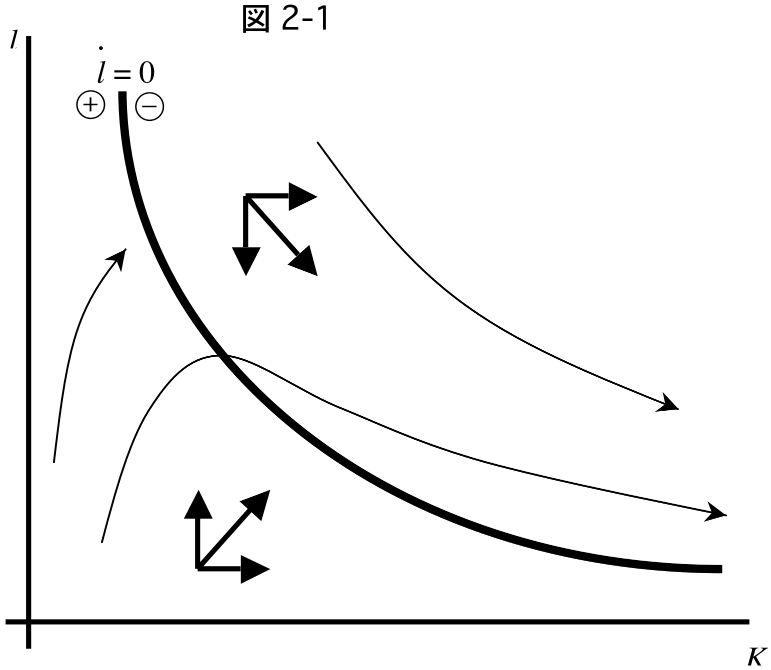
運動方程式：　$\dot{l} = (\nu - g)l$

$\dot{K} = I$

資本成長率 g は、財市場均衡式の両辺を K で割って、$g = sAn^{\alpha}K^{\alpha+\beta-1}$ となる。これらを、二本の運動方程式に集約すると、次のようになる。

$$
\begin{aligned}
\dot{l} &= (\nu - sAl^{\alpha}K^{\alpha+\beta-1})l \\
\dot{K} &= sAn^{\alpha}K^{\alpha+\beta}.
\end{aligned}
$$

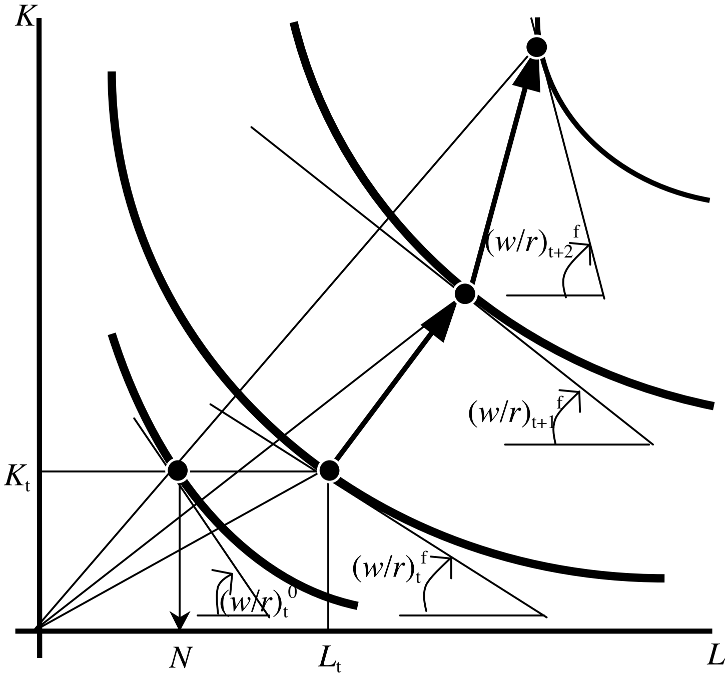
図 2-1



　これを位相図にかこう。K は上昇し続ける。$\dot{l} = 0$ 線は、$l = C/K^{(\alpha+\beta-1)/\alpha}$ となる。ただし、C はパラメータからなる正の定数である。これは両軸を漸近線とする直角双曲線様のグラフになる。

　よって、運動は図 2-1 のようになり、l は 0 に向けて低下し続ける。すると、図 2-2 に示す通り、原点を通る一つの直線上の無差別曲線の接線の傾きは等しいので、$1/l = K/L$ が無限に上昇する

図 2-2



限り、w/r は上昇し続ける。図 2-2 は、図 1-3 との対比のため離散時間的にかいてあるが、連続時間でも話は同じである。

しかし、各時点における市場調整が I 節の場合と何も変わらないことは、図 2-2 を見ても明らかだろう。

念のために、企業の最適化行動を検討すると、通常の新古典派の流儀では、費用最小化問題、

$$\min c = wN + rK, \quad \text{s.t. } Y = AN^{\alpha}K^{\beta}.$$

を解くことになる。すると、$w/r = (\alpha/\beta) / l$ となる。

この二階の条件を検討すると、縁付きヘッシアンは、

$$-\lambda Y^3\alpha\beta(\alpha + \beta) / (N^2K^2) < 0$$

となるので、α と β がそれぞれ単独で 1 を超えても二階の条件を満たす。ただし、λ は $Y - AN^{\alpha}K^{\beta}$ にかけるラグランジュ乗数で、正である。

このとき、図 1-3 の場合と同様、図 2-2 に示されるように、労働市場で生じた不均衡は調整されることになる。すなわち、ある要素価格比$(w/r)_t^0$が、完全雇用のもの$(w/r)_t^f$よりも高かったなら、労働需要量 N は労働供給量 L より少なくなって失業が生じる。すると、賃金率が下がることで、w/r は$(w/r)_t^f$に向かい、完全雇用が実現される。

なお、このモデルにおける利潤率の推移を検討してみよう。賃金と利潤で完全分配が成り立つならば、利潤率は次のようになる。

$$r = [\beta / (\alpha+\beta)]Al^{\alpha}K^{\alpha+\beta-1}$$

この対数の時間微分をとると、

$$\begin{aligned}\dot{r}/r &= \alpha\, \dot{l}/l + (\alpha + \beta - 1)\dot{K}/K \\ &= \alpha\nu - (1 - \beta)sAn^{\alpha}K^{\alpha+\beta-1} \\ &= \alpha\nu - [(1 - \beta)(\alpha+\beta)/\beta]sr.\end{aligned}$$

すなわち、$0 < \beta < 1$ ならば、r は定常値 $r_* = \alpha\beta\nu / [s(1 - \beta)(\alpha+\beta)] > 0$ に向けて収束する。$\beta > 1$ ならば、r は上昇し続ける。

かくして、収穫逓増的生産関数のもとで、ソローモデルの動学的軌道が恒常成長に収束せずに、要素価格比が発散することは、市場調整が不安定で持続できないことを意味するどころか、市場調整は完璧になされて完全雇用が終始維持された上、利潤率はある程度以上の正値を取り続け、実質賃金率は上昇し続け、一人当たりの産出も上昇し続けるという、これ以上ないくらい理想的な再生産が永続することを意味するのである。

III　市場均衡が実現せず動学的に定常値に収束するケース

III-a　各時点の財市場均衡が不安定なケース

これまで、ソローモデルの財市場均衡が実現されることを、とりあえず前提してきた。ここではその問題を検討する。

もう一度、I 節の一次同次生産関数のソローモデルを考えよう。

財市場均衡式：　$sy(n) = g$

労働市場均衡式：$n = l$

運動方程式：　$\dot{l} = (\nu - g)l$

これは運動方程式 $\dot{l} = (\nu - sy(l))l$ に集約され、l はその定常値に収束するのだった。

I 節、II 節では、各時点での労働市場均衡の安定性を検討した。その際、労働市場の不均衡に応じて、実質賃金率が変動するものとみなした。

しかし、労働市場の不均衡に応じて実際に変動するのは貨幣賃金率である。貨幣賃金率の上昇以上に物価が上昇すると、実質賃金率は下落する。したがって、物価の変動も考慮しないと市場の安定性について正確なことは言えない。

物価は、財市場の不均衡に応じて変動する。財市場が需要超過すれば物価が上がり、財市場が供給超過すれば物価が下がる。このモデルの場合はどうなっているだろうか。

財市場均衡式の左辺の背後にある性質は明らかである。企業の最適化行動から、

$$y'(n) = w/p$$

すなわち、限界生産力が実質賃金率に等しくなるように n が決まる。ただし、w

は以降では貨幣賃金率を表す。p は物価である。$y''(n) < 0$ であることより、物価が上昇して実質賃金率が下落すれば、n が増えて、y は増える。

　では、財市場均衡式の右辺 g の性質はどうなっているのだろうか。

　これは、投資関数を明示しないと何とも言えない。例えば、r を所与の価格・賃金のもとで最大化された利潤率、i を利子率として、$\psi(g)$をペンローズ型の投資調整費用関数とする。ただし、$\psi'(g) > 0, \psi'(0) = 1, \psi''(g) > 0$ である。このもとで、ネットキャッシュフローの流列の現在割引き価値の総和を最大化するように g を決定する問題を解き、投資関数を導出してみよう。すなわち、

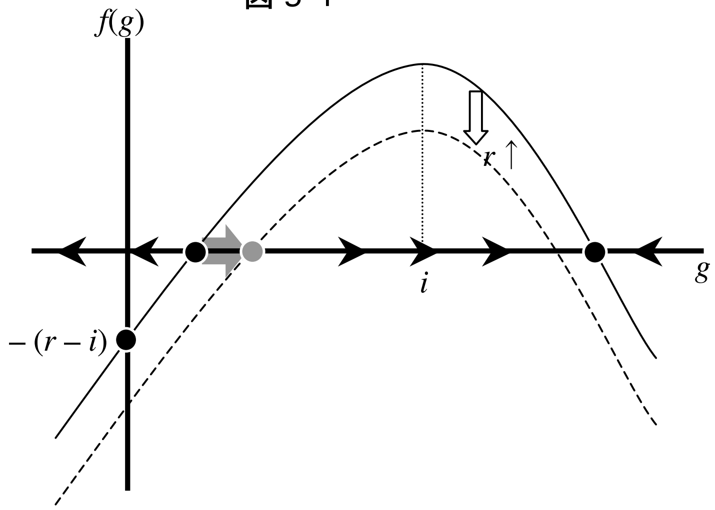
$$\max \int_0^\infty (r - \psi(g))\, K e^{-it} dt, \quad \text{s.t. } \dot{K} = gK.$$

これを解くと、次のような g の運動方程式が得られる。

$$f(g) := \psi''\ \dot{g} = -(r - \psi(g)) + (i - g)\, \psi'\ \ (g).$$

これをグラフにかくと、図 3-1 のようになり、$r > i$ のかぎり、$f(g) = 0$ となる二解が存在する。

図 3-1



$\psi'' > 0$ だから、$f(g) > 0$ なら g は増大し、$f(g) < 0$ なら g は減少する運動をする。

　よって、図のとおり、$f(g) = 0$ となる二解のうち、大なる解は安定、小なる解は不安定となる。このうち、大なる解は、$f(g) = 0$ でかつ $g > i$ である(グラフの頂点が $g = i$ だから)ことから、毎時点のキャッシュフロー$r - \psi(g)$が負となり、解として不適である。よって、大なる解に至るあらゆる経路は不適である。また、小なる解を下に外れても、g がますます絶対値が大きい負となって資本が減少していくので不適である。

　よって、最初から小なる解の g をとることが最適である。r が上昇すると、あるいは i が低下すると、$f(g)$のグラフは下にシフトするので、図のように小なる解の g は上昇する。すなわち、投資関数は、

$$g = g(r, i), \quad g_r > 0, g_i < 0,$$

となる。また、$f(0) = -(r - i)$であることから、

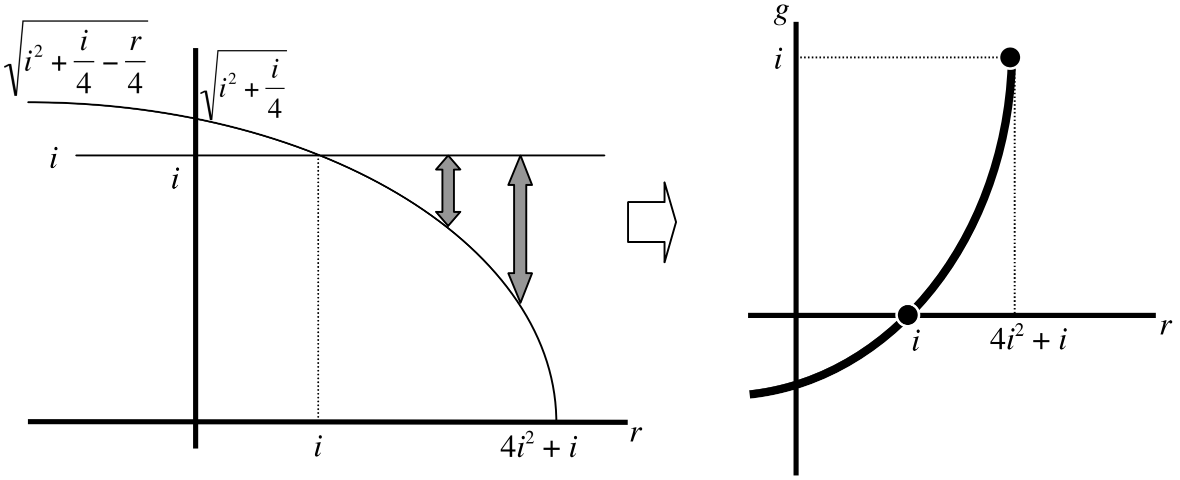
$$g(i, i) = 0, \quad g(0, i) < 0.$$

であることがわかる。この二次の微係数は $\psi(g)$の三次の微係数に依存していろいろあり得るが、ここで、容易に計算可能な $\psi(g) \equiv g^2 + g$ の場合について解いてみると、投資関数は次のようになる。

$$g = i - \sqrt{i^2 + \frac{i}{4} - \frac{r}{4}}$$

これを r についてのグラフとして図示すると、図 3-2 左図のような水平線と平方根グラフの差より、右図のような逓増的な右上がりグラフとしてかける。

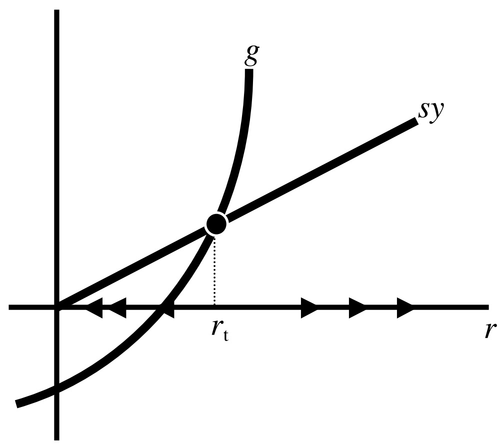
図 3-2



さて、最大化された利潤率は、$r = y(n) - y'(n)n$ である。容易にわかるように、これは n の増加関数である。すなわち y の増加関数である。例えばコブ・ダグラス型生産関数の場合は、y は r と比例する。$y'(n) = w/p$ だったから、物価が上がると実質賃金率が下がり、n が上がり、r は増加する。

このとき、財市場均衡式の供給側 sy と需要側 g とを r を横軸にとるグラフにかくと、図 3-3 のようになる。生産関数が、$y(0) = 0$ のウェル・ビヘイブドなもので、投資関数のグラフが図 3-2 のような形状をするかぎり、それは sy のグラフとは、下から切る形で交わるほかない。

図 3-3



すると、財市場均衡の利潤率 r_t

よりも左側では供給超過で物価が下がり r は減少する。右側では需要超過で物価は上がり r は上昇する。すなわち、財市場だけ取り上げてみると市場調整は不安定となる。

利子率の効果も見るために、債券市場の調整も考察に含めよう。価格調整の方程式は次のようになる。

$$\mathrm{d}p/\mathrm{d}\tau = \alpha[\,g(r, i) - sy\,]$$

$$\mathrm{d}i/\mathrm{d}\tau = B(y, i), \quad B_y > 0, B_i < 0.$$

ただし、τ は t の各時点の内部で成り立つもっと短いタイムスパンで流れる時間、B は債券の超過供給で、所得が増加すると債券需要が増える効果が大きいならば、$B_y < 0$ となり、不安定要因が増す。ここでは逆に、y の増加を生産活動の活発化ととらえ、それに伴う資金需要増大の裏に債券供給増があって利子率が上昇するものとする。上記調整式のヤコビアンをとると、上述の理由により、$y_r \equiv \mathrm{d}y/\mathrm{d}r > 0, r_p \equiv \mathrm{d}r/\mathrm{d}p > 0$ となるから、

$$\mathrm{J} = \begin{pmatrix} \alpha(g_r - sy_r)r_p & \alpha g_i \\ B_y y_r r_p & B_i \end{pmatrix}$$

これは、$g_r - sy_r$ が十分大きな正値をとれば、安定条件を満たさなくなる。利子率を通じた効果が大きければ、安定条件を満たす。

利潤率効果が大きくて市場調整が不安定であれば——話をわかりやすくするために離散時間で言えば——、t 期、t+1 期、t+2 期…と、各期で成立する均衡値どうしを並べた運動は、定常状態に収束していくのだが、t 期内部、t+1 期内部…での τ 時間にそった市場調整は実現できず、一旦均衡をはずれるとその期のうちに価格が発散するわけである。

この投資決定は、現状の価格や賃金や利子率が将来も延々続くという特殊な期待形成を前提しているからおかしいと言われるかもしれない。たしかに、ネットキャッシュフローの流列は K の運動に合わせたものだから、時間 t にそっているのに、そこで成り立つ諸価格(利潤率)や利子率の予想値を、時間 τ で変化するものの各瞬間値を固定して与えるのは不整合である。ここでの企業は、市場調整過程のある瞬間の諸価格や利子率が時間 t での無限の将来まで持続するとみなして投資決定問題を解いて、τ が次の瞬間になったらそのときの諸価格や利子率がまた時間 t の無限の将来まで持続するとみなして投資決定問題を解き直す。こうやって市場調整の間中、延々解き直し続けるのである。

これが納得できないならば、時間 t での運動方程式の定常解において成り立つ

値に向けて、市場調整過程の各瞬間の諸価格(利潤率)や利子率が収束していくという予想を企業がするものとすればどうだろうか。最初から定常解の上にずっといたときに、市場均衡のかく乱が起こったと考えれば、このような期待形成は納得がいく。

これは、上記ネットキャッシュフローの現在割引き価値総和最大化問題に、r と i がそれぞれの定常値に向けて収束運動する運動方程式を、新たに制約式として加えた問題を解けばいい。これは、拙著『セイ法則体系』でなされていて、定常解の近傍で線形近似して、一般解の正の特性根の項の係数がゼロになるようにしてステーブル・アームを取り出すと、投資関数は次のようになる。

$$g = a_1(r - r_*) - a_2(i - i_*), \quad a_1 > 0, a_2 > 0.$$

ただし、r_*と i_*は、時間 t の定常解で成り立つ最大化利潤率と利子率である。これは、a_1 が大きければやはり市場調整が不安定になる。

なお、本節の以上の考察では、労働市場の調整の説明を省略したが、労働市場の超過需要に反応して貨幣賃金率が運動する式を加えても、本質的には変わらない。やはり、投資関数の利潤率に対する感応度が十分高く、財市場の調整速度が十分早いならば、市場調整は不安定になる。

III-b 市場不均衡のまま長期収束するケース

上記のモデルでは、各期の市場調整は不均衡状態が発散するため、長期の均衡値の運動は、何らかの意味での理想的軌道の運動として意味があるが、現実記述としては画餅であった。それに対してここでは、成長論モデルの長期収束性と、価格調整が市場均衡を実現することとが無関係であることを一層クリアに示すために、各期の市場調整は不均衡を残して相対価格が落ち着き、市場不均衡を残したまま長期動学が成立し、収束するモデルを作ってみよう。

まず、各時点内部での市場調整を次のようなものとする。

企業の最適化：　$y'(n) = w/p$

財市場の調整：　$\mathrm{d}p/\mathrm{d}\tau = \alpha[\, g(\mathrm{t}) - sy(n)\,]p$

労働市場の調整：$\mathrm{d}w/\mathrm{d}\tau = \phi[\, n - l(\mathrm{t})\,]w$

計算の容易さのために、各市場では、価格や賃金の時間微分ではなく、変化率が決まるものとする。g は各時点では与えられているものとする。l も各時点で与えられている。そうすると、財市場均衡式と労働市場均衡式は、ともに内生変数が n だけの式になり、両立しない。すなわち、市場均衡は存在せず、価

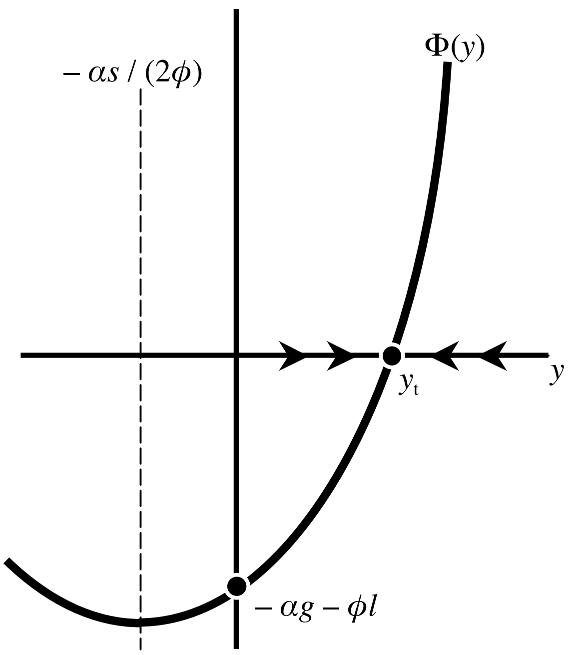
格と賃金は永久に動き続けることになる。

しかし、企業の最適化行動より、n は(したがって y は)、実質賃金率によって決まる。よって、価格や貨幣賃金率が停止しなくても、実質賃金率が停止すれば、その時点 t における n は(したがって y は)決まることになる。

今、計算の簡単化のために、$y = \sqrt{n}$ とする。すると、$n = y^2$ となる。このとき、実質賃金率の変化率を表す式を、$\Phi(y)$とすると、

$$\Phi(y) := \mathrm{d}w/\mathrm{d}\tau - \mathrm{d}p/\mathrm{d}\tau = \phi[\, n - l \,] - \alpha[\, g - sy \,] = \phi y^2 + \alpha sy - \alpha g - \phi l$$

図 3-4

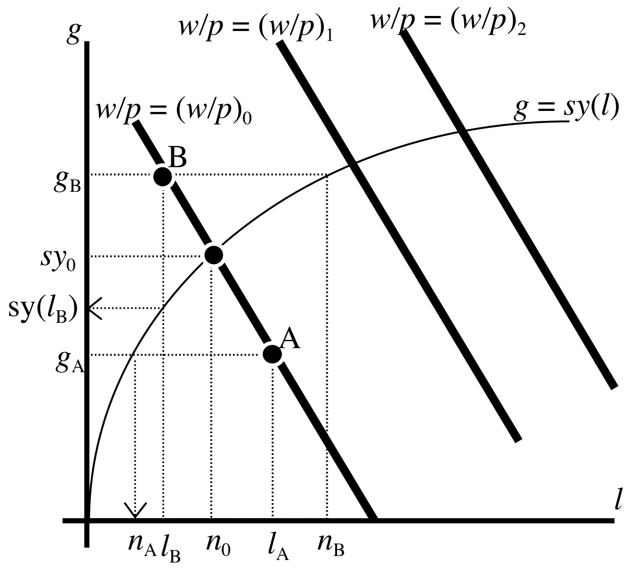


このグラフを図示すると、切片が負、軸＝$-\alpha s / (2\phi) < 0$ だから、図 3-4 のようになり、$\Phi(y) = 0$ となる解 y_t を一つ持つ。この解より右では実質賃金率が上昇し y が減り、この解より左では実質賃金率が下落し y が増えるので、この解は安定的に実現する。

この t 時点内「均衡」の実質賃金率が同じになる g と l の関係は、$\Phi(y) = 0$ より、$g = -(\phi/\alpha)l + (\phi/\alpha)y^2 + sy$ だから、y が与えられたもとで図 3-5 のような右下がりの直線としてかける。ここに、生産関数を s 倍に圧縮した $sy(l)$のグラフをかき加えると、この下側が財市場と労働市場の両者が供給超過の領域に、上側が両市場が需要超過の領域にあたる。

今、l と g が A 点(l_A, g_A)のように与えられたとしよう。このときの「均衡」の実質賃金率$(w/p)_0$のもとでは、企業の最適な雇用と、最適な生産に基づく貯蓄は、A を通る等実質賃金率直線と sy グラフとの交点(n_0, sy_0)で与えられる。$n_0 < l_A$, $sy_0 > g_A$ だから、両市場ともに供給超過

図 3-5



である。少ない方で決まるとすると、$g_A = sy(n_A)$となるように雇用 n_A が決まる。

また、同じ「均衡」の実質賃金率$(w/p)_0$のもとで、l と g が B 点$(l_B,\ g_B)$のように与えられたとしよう。今度は、$n_0 > l_B, sy_0 < g_B$だから、両市場ともに需要超過である。少ない方で決まるとすると、$g = sy(l_B)$となるように資本成長率が決まる。

このような「均衡」の諸変数のもとで、時間 t にそった運動がなされるのである。g の運動はいろいろな可能性があるが、ここではアド・ホックではあるが、ソローモデルと同じ定常解に収束する最も簡単なものとして、労働人口成長率 ν に向けて単調に収束する想定をおく。

よって、時間 t にそった成長モデルは次のようになる。

実質賃金率停止式：$\alpha(\ g - sy(n)\ ) = \phi(n - l)$

g の運動方程式：$\dot{g} = \beta(\nu - g),\quad \beta > 0$

l の運動方程式：$\dot{l} = (\nu - g\ )l \quad \cdots \quad g < sy(l)$

$\dot{l} = (\nu - sy(l)\ )l \ \cdots \quad g \geqq sy(l)$

l の運動方程式の上の式は財・労働の両市場が供給超過の場合、下の式は両市場が需要超過の場合である。

両市場が供給超過の場合から見る。g の運動方程式を l の運動方程式で辺々割ると、$\mathrm{d}g/\mathrm{d}\log l = \beta$ となる。ここから、

$$\int_0^t dg = \beta \int_0^t d\log l$$

$$\therefore \quad g = \beta(\log l - \log l_0) + g_0$$

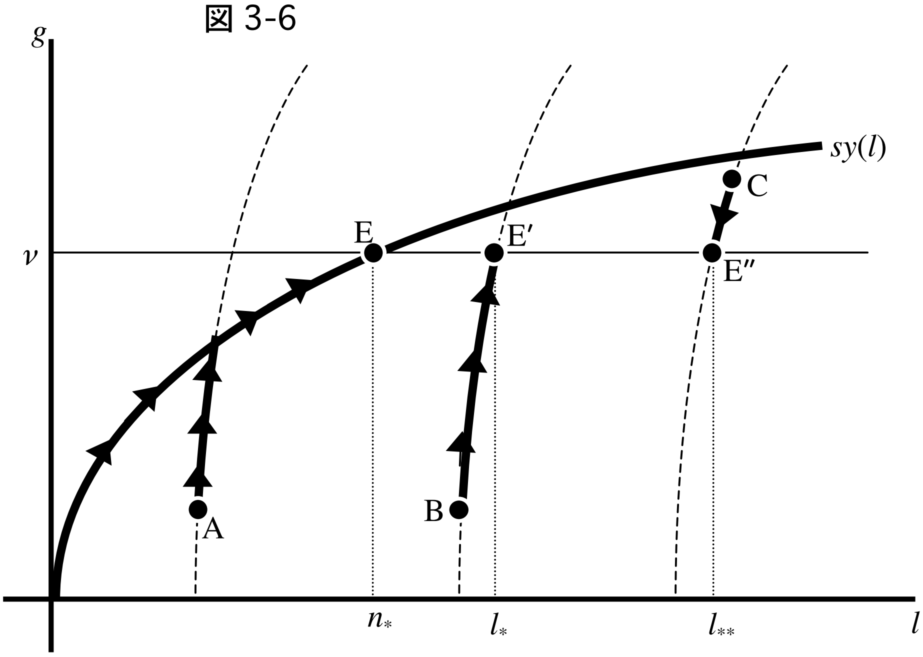
これをグラフにかくと、初期値$(l_0,\ g_0)$から出発する対数曲線になる。g が ν よりも下側ならば上向きに、g が ν よりも上側ならば下向きにこの曲線の上を運動する。

両市場が需要超過の場合は、g の運動にかかわらず、 $\dot{l} = (\nu - sy(l)\ )l$ にしたがって運動するが、これは、ソローモデルの運動そのものである。すなわち、$sy(l)$の曲線上を、ν よりも下側ならば上向きに、ν よりも上側ならば下向きに運動する。

これをまとめると、図 3-6 のようになる。需要超過領域から出発すると、運動はソローモデル同様になるので、供給超過領域から出発した場合にのみ着目する。

初期値 A 点から出発した場合、対数曲線にそって右上に移動し、sy グラフとぶつかったところで財と労働の供給超過が解消され、以降 sy グラフにそって右

図 3-6



上に移動して、最終的に $g = \nu$ の水平線との交点 E に収束する。そこにおいては財も労働も市場均衡が実現している。

しかし、B 点から出発した場合は、対数曲線にそって右上に移動し、*sy* グラフとぶつかることなく、$g = \nu$ の水平線との交点 E′ に収束する。このとき、実際の雇用は同じ g に対して *sy* グラフ上を動くので、E 点に収束する。それゆえ、$l_* - n_*$に対応する失業が残る。その失業率は $1 - n_*/l_*$に収束する。

完全雇用のごく近くの C 点から出発した場合、失業を増やしながら g を低下させていき、E″ 点に収束する。やはり、実際の雇用は E 点に収束するので、失業率は $1 - n_*/l_{**}$に収束する。

後の二ケースのように、不完全雇用に収束する場合、財市場も供給超過のままなので、物価も貨幣賃金率も下落し続けることになる。デフレが持続しながら、失業率も成長率も実質賃金率も利潤率も一定値に収束し、再生産が持続するのである。

IV　市場不均衡を残して動学的にも発散するケース

市場不均衡を残して動学的にも発散するモデルと言えば、不完全雇用状態のもとで動学的振る舞いが発散するハロッド＝ドーマー・モデルがよく知られているので、まずその典型的モデルの構造を解説する。

一番わかりやすいのは、置塩信雄の「ハロッド＝置塩型投資関数」を使ったもので、最も単純なモデルは次のようになる。

財市場均衡式：　$sy = g$

投資関数：　　$\dot{g} = \beta(y - \sigma)$,　$\beta > 0$.

ただし、σ は正常な資本あたり産出である。この投資関数の意味は、既存の資本ストックに対して、現実の市場状態にあわせた産出のあり方が、正常なものよりも多いならば、企業は資本不足を感じて資本の成長率を増やす。現実の市場状態にあわせた産出のあり方が、正常なものよりも少ないならば、企業は資本過剰を感じて資本の成長率を減らすということである。

これは、$\dot{y} = (\beta/s)(y - \sigma)$に集約される。$\beta/s > 0$ だからこの運動は発散する。

各時点において、$g = sy(n)$となるように n が決まり、それが l と一致する保証はないので、労働市場は各時点で一般に均衡しない。

この裏に、価格の硬直性や技術の固定性を仮定する必要はない。労働の資本に対する比率 n は、$y'(n) = w/p$ となるように選ばれていると見てよい。労働市場での貨幣賃金率の調整スピードよりも、財市場での物価の調整スピードが非常に早かったならば、財市場を均衡させるように物価が変動して実質賃金率が決まっているとみなせる。失業を残しているので貨幣賃金率は低下し続けるのだが、各時点の均衡では、同じ率で物価が下落して、財市場を均衡させる実質賃金率が維持されるのである。

ハロッド理論がよく、固定係数を前提していると言われたのは、正常産出係数 σ が一定であることについてである。しかし、これは本質的なことではない。σ は長期期待に基づく最適な技術選択を表していると見ればよい。最も簡単な想定では、長期期待実質賃金率を$(w/p)_*$とすると、$y'(n) = (w/p)_*$となるように選ばれた y が σ だとみなせばよい。

下村耕嗣と越智泰樹は、$(w/p)_*$が現実の w/p を追いかけて適応的に変化する想定の動学を調べた。これは、つねに企業の最適決定がなされているならば、σ が y を追いかけて変化するとみなしても同じなので、ここでは簡単化のため、

$$\dot{\sigma} = \gamma(y - \sigma),\quad \gamma > 0,$$

と表そう。すると、この式と $\dot{y} = (\beta/s)(y - \sigma)$を辺々割ると、$\mathrm{d}y/\mathrm{d}\sigma = \beta/(s\gamma)$となり、

$$y = [\beta/(s\gamma)](\sigma - \sigma_0) + y_0,$$

となる。これを y と σ のグラフにかくと、初期値によって位置の決まる右上がりの直線になり、これと 45 度線との交点が定常解になる。この直線の傾きである $\beta/(s\gamma)$が 1 よりも小さければ、この直線上を定常解に向けて運動し、$\beta/(s\gamma)$が 1 よりも大きければこの直線上を発散的に運動することになる。

γ が大きいことは、現実の物価や賃金への反応が素早いことを意味するが、このとき運動は収束しやすくなる。しかし、この場合、収束先の $g := g_*$ は初期値によって定まる値で、労働人口成長率 ν とは一般には一致しない。$\nu > g_*$ ならば失業がどんどんと累積するが、市場の需給状態を受けた物価や賃金の変動が伸縮的で、なおかつウェル・ビヘイブドな生産関数のもとで企業が最適決定をしていたとしても、これを解消することはできない。

適応的期待というのがよくないのだろうか。では、σ はソローモデルの定常解での実質賃金率を予見して決まっているとしよう。当初ソローモデルの定常解にあたる成長経路の上にずっとあったと考えれば、それは不合理な予想ではない。しかしその場合は σ は一定となるので、当初のモデル通りになって、恒常成長をわずかにはずれると軌道は発散する。

V　「タネ」は何か？

さて以上、価格調整がうまくいくかどうかという話と、成長論モデルの動学的安定性の話は別物だということを見てきたのだが、どちらの運動に関しても、生産関数が可変的だとか、限界生産力原理が成り立つとか、価格変動が伸縮的だとかいうことが、運動の安定性を保証するわけではないことがわかった。

運動の振る舞いを大きく左右しているのは、**投資関数の性質**である。

このことは、置塩信雄によって古くから主張されてきたことであるが、今となっては学界の常識だろうと思っていた。特に、ケインズの不完全雇用均衡理論の前提が貨幣賃金の硬直性にあるとの見方に対して、今日、ケインズ自身はそのようなことは言っていなかったということが再発見され、広く認識されるようになっている。

上記のモデルのいくつかでもあったが、投資の資本に対する比率 g がその時点で所与ならば、財市場均衡 $sy(n) = g$ となるように n が決まり、$n = l$ となる労働市場均衡とは矛盾する。$n < l$ ならば失業が生じる。このことは、生産関数が可変的で限界生産力原理が成り立っても、物価や賃金が伸縮的でも、一切関わりなく発生する話である。

それに対してソローモデルはじめ、RBC 等々の現代的なものまでの、多くの新古典派成長モデルが、市場均衡的かつ振る舞いが安定的なのは、**投資関数がない**からである。多くの基本的なモデルでは、家計が資本財の所有者になっていて、それを毎時点企業に貸し出す想定をしているので、企業の投資関数がな

い。そして、家計は貯蓄をそのまま投資にまわすので、やはり投資関数がないのである。

貯蓄がそのまま投資になることは、セイ法則を意味する。このときの集計財市場には需要超過も供給超過もない。それは常に均衡する。この均衡はあらゆる価格のもとで成り立つので、価格変動による調整はそもそも必要がない。だから、これらのモデルの多くでは、もともと物価という概念がないのである。１に基準化して一定と扱っているのである。

それゆえ、労働市場での貨幣賃金率の変動はそのまま実質賃金率の変動となり、労働の需給不均衡は首尾よく調整されることになる。

ここに投資関数を導入することはできる。例えば、III-a で見たような、ネットキャッシュフローの流列の現在割引き価値の総和を最大化する問題を解けばいい。これを完全予見や合理的期待の動学的一般均衡に組み込む時には、利潤率や利子率が時間を通じて変化するようにせねばならず複雑になるが、結論的には III-a のケースと同じく、投資関数は何らかの意味での利潤率と利子率の関数になる。そして、やはり一般に利子率の効果が十分大きいならば、各時点内での市場調整は安定的になる。

この場合は、財市場と債券市場と労働市場の間でワルラス法則が成り立つことになる。これは「セイ方程式」と呼ばれ、広義のセイ法則の一種である。この場合、各時点で、労働市場均衡 $n = l$ が成り立つように実質賃金率が決まり、それと整合的な y や n や r が決まるから、そのときの $sy = g(r, i)$が成り立つように、利子率 i が決まるのである。各時点内で、財市場や労働市場で供給超過が生じたならば、債券市場で需要超過が発生する。すると、利子率が下落し、投資が増大して、財市場と労働市場の供給超過が解消されていくのである。

ケインズ理論の不完全雇用均衡をもたらす本質について、価格や賃金の硬直性を原因に見る伝統的な見方に対して、1980 年代ぐらいまでは、そうではなくて投資の硬直性が原因なのだという見方が多かったように思う。そしてそのような不均衡的な投資行動がもたらされるミクロ的な原因としては、適応的期待のような期待形成のあり方が持ち出されることが多かったように思う。

しかしその後、利子調整に不全をもたらす「流動性選好」こそがケインズ理論の本質なのだとする認識が広がった。特に、小野善康『貨幣経済の動学理論』(1992)が画期だったと思う。そのほかこの時期、齊藤誠、大瀧雅之といった日本人マクロ経済学者の貢献が大きかった。

これを改めて解釈するとこういうことである。人々の貨幣需要を考察に含め、財市場、債券市場、労働市場に、貨幣市場も加えてワルラス法則が成り立つならば、財市場や労働市場で供給超過が生じても、貨幣市場に需要超過が発生するだけで、債券市場には影響がないかもしれない。そうすると、投資関数の性質としてはどれだけ利子感応的だったとしても、利子率が十分下がらなくなって、利子調整が不全になる。

これによって、可変的生産関数、ミクロ的最適決定、伸縮価格といった前提だけでなく、合理的期待や完全予見のような期待形成を新古典派と共有したとしても、なおかつ市場不均衡が解消されないことが示されるようになった。

問題の本質がこれらの諸前提とは無関係なことは、次のように考えてみればわかる。債券も含む諸商品が k 種類あり、その他に貨幣があるとしよう。通常の新古典派の議論では、合理的な人々の行動は相対価格で決まり、価格の絶対水準には依存しない。この場合は、一般均衡で決まる変数は相対価格 k-1 個になり、これが解けるようにワルラス法則から k-1 本の独立な均衡式ができるためには、市場の数は k 個でなければならない。つまり、貨幣を除く k 個の諸商品の市場でワルラス法則が成り立つ必要がある。これは先述の「セイの方程式」である。もし、貨幣市場も考察にいれてワルラス法則に含めることにすると、式の数と変数の数が合わなくて、そもそも一般均衡が成り立たないのである。

この問題に対して新古典派は、実質資産効果を導入して応えるかもしれない。貨幣供給が金額で決まっている以上、絶対価格水準が下落すれば人々の手持ちの実質貨幣が増えて消費需要が増す。だから、一般均衡の変数には k 個の相対価格と 1 個の絶対価格水準の計 k 個があり、貨幣も含む k+1 個の市場のワルラス法則から出る k 本の独立な均衡式でも解が出る。

しかし、ケインズの「流動性のわな」の状態では、これも成り立たないのである。流動性のわなとは、資産の期首保有の増大がすべて貨幣需要にまわる状態である。この場合、絶対価格水準が下落して増大した実質貨幣は、すべて貨幣需要として保有され、他の支出にはまわらない。よって、実質資産効果はなくなる。一般均衡の変数は相対価格 k-1 個だけで、貨幣も含む k+1 個の市場から出る k 本の独立な均衡式では式の数が多すぎる。よって、労働市場が破れて、それが均衡しないまま、残り k 個の市場から出る k-1 本の独立な均衡式で均衡が成り立つことになるのである。

しかし、現代的な動学的一般均衡の新古典派モデルでも貨幣を考察に入れたものはあり、それでも完全雇用均衡が成り立っている。それは、将来財と現在財の代替が、均衡に影響するからである。ここに、将来財価格と現在財価格の相対価格が変数として含まれることになるのだが、将来財価格の絶対水準は将来の均衡から完全予見などで与えられている。すると、これはこの相対価格の分母である現在の絶対価格水準が変数になっていることを意味する。よって、変数の数は k 個で、貨幣も含む全商品の市場でワルラス法則が成り立った時の独立な均衡式 k 本と整合する。

それに対して、現代的なケインジアンの動学的一般均衡はどうなっているのか。現在の絶対価格水準が下落すると、将来財価格も同じだけ下落して、その間の相対価格が変わらないかもしれないと見るわけである。そうであるならば、変数の数はやはり k-1 個で、例えば労働市場が破れて、残り k 個の市場から出る k-1 本の式で均衡が成り立つことになる。

以上の話には、生産関数の形状も、価格調整のスムーズさも関係ない。

小野善康の基本モデルでは、財市場の不均衡を受けて物価が運動する式が出てくる。これを受けて、物価変動が粘着的で、一時点内でスムーズに調整されない事態を表していると誤解する人もいるかもしれない。

違うのである。小野基本モデルでは資本蓄積もないので、この時間単位が 1 年や四半期であるという限定は何もない。「秒」かもしれない。

完全予見や合理的期待を導入した通常の新古典派モデルで、一時点内の、本稿の τ 時間で、市場不均衡を受けた価格調整がなされることの意味は、その運動が予見に含まれないことにある。経済主体が予見して、ミクロ的最適化行動の際の参照にするのは、各時点内の調整がすんだあとの t 時間にそって運動する均衡諸価格である。

小野基本モデルがやっていることは、財市場の不均衡を受けて運動する物価の動きを、t 時間にそうものにして、経済主体の予見に乗せたことである。これによって、デフレが予見されて、現在財と将来財の相対価格である実質利子率が高止まりする事態が分析されるようになったのである。すなわち、合理的期待革命の精神を、新古典派以上に徹底したのだと言える。